第 24 卷 第 4 期 重 庆 交 通 学 院 学 报 2005 年 8 月
Vol. 24 No. 4 JOURNAL OF CHONGQING JIAOTONG UNIVERSITY Aug., 2005

计算内部收益率(IRR)的改进方法

王 羽,* 刘 伟, 杨转运

(重庆交通学院, 重庆 400074)

摘要: 通常内部收益率(IRR)的算法是通过线性插值法计算, 虽简单易懂, 但误差较大. 这里作者提出了一种非线性方程的迭代解法, 此法在不大量增加计算量的同时, 可极大的提高 IRR 值的计算精度.

关 键 词: 内部收益率; 割线法; 迭代

中图分类号: F503 文献标识码: B 文章编号: 1001-716X(2005)04-0105-02

内部收益率又称内部报酬率, 是指项目在整个计算期内一系列收入和支出的现金流量净现值等于零的折现率, 内部收益率反映了项目占用资金的赢利率, 是评价项目赢利能力的主要评价指标.

1 内部收率计算的试算内插法及其问题所在

内部收益率 IRR 的计算公式如下

$$f(x) = NPV = \sum_{t=0}^{n}(CI - CO)_t \times (1 + IRR)^{-t} = 0 \tag{1}$$

具体计算过程分三步: 第一, 假设一个初值 i_0, 并计算出 $NPV(i_0)$

$$NPV(i_0) = \sum_{t=0}^{n}(CI - CO)_t \times (1 + i_0)^{-t} \tag{2}$$

第二, 若 $NPV(i_0) > 0$, 则令 $i_1 = i_0 + r$; 若 $NPV(i_0) < 0$, 则令 $i_1 = i_0 - r$; r 为折现率步长, 一般 $r \leqslant 2\%$. 继续计算 $NPV(i_1)$, 如此循环计算, 直至相邻两个折现率的净现值符号不同时, 令较小者为 i_1, 其对应净现值为 NPV_1; 较大的为 i_2, 其对应的净现值为 NPV_2.

第三, 按下列插值法公式计算内部收益率

$$IRR = i_1 + NPV_1(i_2 - i_1)/(NPV_1 - NPV_2) \tag{3}$$

这种计算方法虽简单易行, 计算方便, 但缺点有二: 首先是对初值估算较为困难, 如果离结果太远, 需要多次反复计算, 才能准确的估算出初值 i_1 和 i_2; 其次, 即使估算出了初值 i_1 和 i_2, 通过插值法计算出来的 IRR 误差也可能较大.

2 非线性方程迭代法在 IRR 计算中的运用

通过插值法计算出来的 IRR 值不很精确, 其根本原因在于方程(1)是非线性方程, 而插值法却是线性内插, 把它运用在非线性方程解的处理上, 所导致的缺陷是显而易见的. 笔者推荐一种非线性方程的迭代方法解法——割线法, 它能较好的解决——寻找初值计算量大和精度的两方面问题.

设已知方程 $f(x) = 0$ 的两个近似解为 x_{k-1} 和 x_k(x_{k-1}, x_k 近似程度不一定要很高), 过曲线 $y = f(x)$ 的两点 $(x_{k-1}, f(x_{k-1}))$ 和 $(x_k, f(x_k))$ 作曲线的割线, 此割线的方程为 $y - f(x_k) = (f(x_k) - f(x_{k-1}))/(x_k - x_{k-1}) \cdot (x - x_k)$ 令 $y = 0$, 这样就可以解出 x, 并令 $x_{k+1} = x$ 得: $x_{k+1} = x = [f(x_k)x_{k-1} - f(x_{k-1})x_k]/[f(x_k) - f(x_{k-1})]$ 于是有

$$x_{k+1} = x_k - [f(x_k)(x_k - x_{k-1})]/[f(x_k) - f(x_{k-1})] \tag{4}$$

这里 x_{k+1} 的几何意义为割线与横轴相交所得交点的横坐标.

具体运用在求 IRR 的计算中时 $f(x_k) = f(IRR_K) = \sum_{t=0}^{n}(CI - CO)_t \times (1 + IRR_k)^{-t} = 0$; 由于通常项目的内部收益率在 0.05～0.20 之间, 所以运用割线法时初值就可以选择这样一个比较宽广的范围 $x_{-1} = 0.05$, $x_0 = 0.20$, 但这对迭代次数影响却不大, 从这个角度讲, 这种方法解决了传统计算方法在寻找初值时计算量大的问题, 至于计算的精确性, 通过下例可以说明其能达到的精度.

3 实例分析

设某项目初始投资 5000 万元, 预计寿命期 10 年, 每年可得收益(收入减支出) 800 万元, 第 10 年末可回收取残值 2000 万元, 试求该项目的内部收益率.

解: 由(1)式有

* 收稿日期: 2004-09-22; 修订日期: 2004-09-28

作者简介: 王 羽(1980-), 男, 重庆市人, 硕士, 从事技术经济与管理方面研究.

$$f(x) = NPV = \sum_{t=0}^{10}(CI - CO)_t \times (1 + IRR)^{-t}$$
$$= -5000 + 800 \times [(1+IRR)^{10} - 1]/[IRR \times (1 + IRR)^{10}] + 2000 \times (1+IRR)^{-10} = 0$$

3.1 试算内插法计算内部收益率

1) 用试算法计算:

$i = 5\%$ 时, $NPV = 2405.2144$; $i = 20\%$ 时, $NPV = -1323.0112$

$i = 8\%$ 时, $NPV = 1294.4521$; $i = 17\%$ 时, $NPV = -857.0423$

$i = 12\%$ 时, $NPV = 164.1249$; $i = 13\%$ 时, $NPV = -69.8285$

2) 用插值法求 IRR:

$IRR = 12\% + (13\% - 12\%) \times 164.1249/(164.1249 + 69.8285) = 12.70\%$

3) 精度:

将求得的IRR值反代入(1)得 $NPV = 1.7577$

3.2 用割线法计算IRR

设 $x_{-1} = 0.05$, $x_0 = 0.20$, 再运用式(4)开始迭代具体结果见表1.

表1

K	x_k 即 IRR_K	$f(x_k)$ 即 NPV_K
-1	0.05	2405.214444
0	0.20	-1323.011166
1	0.126770475	-426.5972619
2	0.121438907	129.4097166
3	0.127334788	-9.1144236
4	0.126946858	-0.2128742
5	0.126937536	0.034983

3.3 两种方法的比较

1) 计算工作量

试算内插法计算了6次 NPV, 才找到了相差不大的初值 i_1 与 i_2 使 NPV_1 与 NPV_2 符号相反, 但在 NPV 的计算过程中有一定盲目性和偶然性, 计算次数很不确定; 如果离结果太远, 则需要更多次的计算. 割线法即使初值取值范围较大, 但收敛速度较快, 经过5次迭代已得到一个相当精确的计算结果了.

2) 精度

传统方法将插值得到的 IRR 反代入(1)求得的 $NPV = 1.7576$(万元), 而割线法经5次迭代得到的 $NPV = 0.0349$(万元)更接近于零, 且如果需要更高的精度, 则可以继续迭代, 但插值法却无法克服这一缺陷. 这意味着插值法的误差比割线法大; 项目净现金流量越大, 误差带来的影响也越大.

4 结 论

在IRR计算过程中, 割线法与插值法相比, 在计算工作量和计算精度两方面都有较大的改进, 若运用计算机进行迭代计算, 则效果将更佳, 是一种相对较好的计算方法.

参考文献:

[1] 贾春霖. 技术经济学[M]. 长沙: 中南工业大学出版社, 1994.

[2] 颜庆津. 数值分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2000.

A improvable method of calculation of inner revenue rate

WANG Yu, LIU Wei, YANG Zhuan-yun

(Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: usually, the calculative method of inner revenue rate is acquired by linear interpolation, It is easy to understand, but its error will be large. In this article, author bring forward a new non-linear iterative method. This method can improve calculating accuracy largely without additional calculation.

Key words: IRR(inner revenue rate); secant; iterance